



## کار آگاهی در کلاس آقای مهریار

حال می‌توان جواب‌های دیگری برای تابع  $g$  از روی  $g_1$  و  $g_2$  پیدا کرد. زیرمجموعه دلخواهی مانند  $A$  را از مجموعه اعداد حقیقی در نظر بگیریم و تابع  $g_A$  (بخوانید  $g$  اندیس  $A$ ) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$g_A(x) = \begin{cases} g_1(x) & x \in A \\ g_2(x) & x \notin A \end{cases}$$

به راحتی می‌توان ثابت کرد که این تابع در شرایط مسئله صدق می‌کند. زیرا برای هر  $x \in \mathbb{R}$ :  $g_A(x) = g_1(x)$  یا  $g_A(x) = g_2(x)$ . در نتیجه با جای‌گذاری  $g_A(x)$  در تساوی مسئله، گزارهٔ درستی حاصل خواهد شد. چرا که  $g_1$  و  $g_2$  هر دو در تساوی مذکور صدق می‌کنند. در نتیجه تابع  $g_A$  به ازای هر زیرمجموعه دلخواه  $A$  از  $\mathbb{R}$  در شرایط مسئله صدق خواهد کرد. اکنون تعداد چنین توابعی را مشخص کنیم. چون بی‌شمار زیرمجموعه از  $\mathbb{R}$  وجود دارد، پس بی‌شمار جواب متفاوت هم برای این مسئله وجود دارد.»

اما با حل این مسئله پرسش دیگری ذهن مرا درگیر کرده است که آن را با شما در میان می‌گذارم: آیا من تمام جواب‌ها را یافته‌ام؟ حدس من این است که پاسخ مثبت است و هر جوابی برای  $g$  داشته باشیم، حتماً باید به فرم  $g_A$  باشد. نظر شما چیست؟

(اگر  $A \neq \mathbb{B}$ ، آن‌گاه  $g_A$  و  $g_B$  برابر نیستند؛ چرا؟)

در جلسهٔ قبل حسابان، (که در شمارهٔ قبل ماجرای آن را گفتیم!) داستان یکی از آن مسئله‌هایی را برایتان تعریف کردم که سر راه حل آن، بچه‌ها به مشکل برخوردند و این مشکل در اصل به صورت نادقیق مسئله در کتاب حسابان برمی‌گشت. صورت مسئله این بود: «اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 2$ ، تابع  $g(x)$  را به گونه‌ای بیابید که:

$$(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$$

بعد از اصلاح صورت مسئله و حل آن، من همچنان علاقه‌مند بودم که مسئله را با همین صورتی که هست، حل کنم و در نهایت آن را حل کردم. مسئله بی‌نهایت جواب دارد!

آقای مهریار، معلم حسابان ما، از من خواست که راه حل آن را در جلسهٔ بعدی درس حسابان ارائه کنم. از آنجا که نوشتن راه حل و برهان برای من خیلی اهمیت دارد، به خصوص در مورد مسئله‌های چالش‌برانگیز، سعی می‌کنم راه حل را مکتوب کنم تا اگر ایرادی دارد آن را برطرف کنم. اما راه حل مسئله:

«در جلسهٔ قبل، حسن دو پاسخ به فرم چندجمله‌ای برای  $g$  پیدا کرد که هر دو در معادله داده شده صدق می‌کردند. این دو جواب عبارت بودند از:

$$g_1(x) = x - 3, \quad g_2(x) = -x + 1$$